UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang 1989/90

Mac/April 1990

CSP202 - Komputeran Saintifik
CSK203 - Programan Saintifik

Masa : [ 3 jam ]

---

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi 7 muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan.

Kertas ini mengandungi LIMA soalan . Jawab mana-mana EMPAT soalan. Semua soalan mestilah dijawab di dalam Bahasa Malaysia.

Semua aturcara, tatacara dan fungsi mestilah ditulis di dalam FORTRAN.

Tunjukkan langkah demi langkah pengiraan yang dilakukan dan gunakan kejituan penuh kalkulator anda kecuali jika soalan berkenaan memerlukan angka bererti yang terhad.

1. (a) Bincangkan strategi yang perlu di ambil bagi perkara-perkara berikut di dalam konteks komputeran dan pengaturcaraan saintifik.

    (i) Pemilihan kaedah berangka.

    (ii) Pengujian.

(25/100)

   (b) Pertimbangkan persamaan berikut :

$$a + b = ( a^2 - b^2)/ (a - b)$$

   Andaikan a dan b adalah positif dan tepat dan a > 0.

   (i) Dengan menggunakan titik apungan 4 digit, a sebagai 0.3525 dan b sebagai 0.3411, tunjukkan bahawa nilai ungkapan bahagian kiri persamaan di atas mungkin agak berbeza dengan nilai ungkapan bahagian kanan walaupun di dalam kepersisan yang tak terhingga adalah benar bahawa nilai ungkapan bahagian kiri adalah sama dengan nilai ungkapan bahagian kanan. Tafsirkan jawapan yang anda berikan.

(ii) Apakah iktibar (pengajaran) yang anda boleh dapati daripada permasalahan di atas ?

(30/100)

(c) Satu kaedah klasik untuk menyelesaikan persamaan kubik

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$$

ialah dengan menggunakan penyelesaian Cardano. Jika persamaan ini mempunyai dua punca kompleks dan satu punca nyata, maka punca nyata (katakan u) mungkin di dapati dengan kaedah Cardano iaitu

$$u = s - p/(3s) - r/3.$$

Di sini $s = \sqrt[3]{((\sqrt{t} - q)/2)}$

$t = (4p^3 + 27q^2)/27$

$q = d/a - cr/(3a) + 2r^3/27$

$p = c/a - r^2/3$

dan $r = b/a$

Jika $t < 0$ , maka persamaan kubik mempunyai tiga punca nyata yang berbeza dan penyelesaian di atas tidak boleh digunakan.

(i) Tuliskan satu subrutin bagi kaedah penyelesaian di atas untuk mencari punca nyata bagi jenis persamaan kubik yang sesuai. Pastikan parameter yang sesuai untuk subrutin ini dan kesemua kes diambilkira.

(ii) Bandingkan kaedah Cardano di atas dengan SATU daripada kaedah pencarian punca persamaan yang anda pelajari terutamanya daripada segi pengiraan dan kejituan.



(45/100)

2. (a) (i) Tentukan punca

$$f(x) = (9-8x) / (1-x)^2$$

dengan menggunakan kaedah pembahagian dua sama dengan $x_l$ =0 dan $x_u$ = 3. Lakukan pengiraan sehingga paras ralat jatuh di bawah 1 % .

(ii) Jika terdapat sebarang kesukaran berlaku di dalam pengiraaan di atas, huraikan dan nyatakan bagaimana kesukaran ini boleh dielakkan di dalam aturcara komputer.

(25/100)

(b) Hampir kesemua algoritma untuk kaedah pencarian punca persamaan memerlukan kriteria yang sama untuk pemberhentian iaitu apabila anggaran punca yang didapati memenuhi kejituan yang dispesifikasikan.

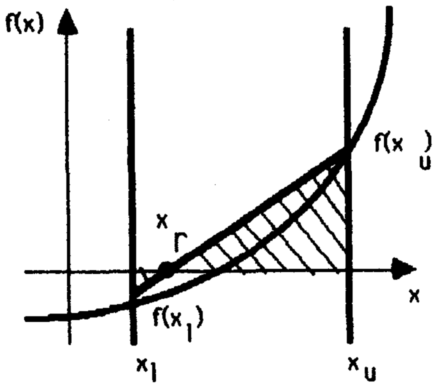
(i) Senaraikan kriteria-kriteria pemberhentian yang ada untuk kaedah-keadah pencarian punca persamaan.

(ii) Tuliskan satu subrutin atau fungsi yang menyemak kriteria pemberhentian ini dan pastikan subrutin atau fungsi ini dapat digunakan di dalam kebanyakan kaedah pencarian punca yang anda telah mempelajari.

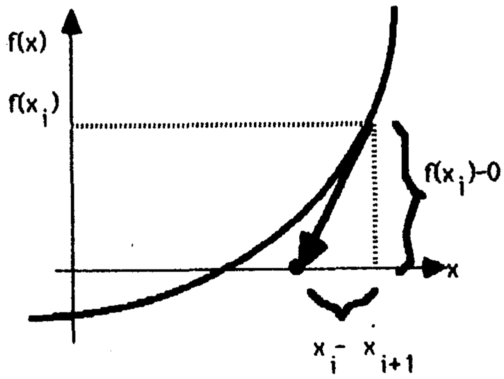
(30/100)

(c) Kesemua gambarajah di bawah adalah berkaitan dengan proses mencari anggaran punca di dalam kaedah pencarian punca persamaan. Kenalpastikan kaedah, konsep dan/atau langkah yang ditunjukkan oleh setiap gambarajah berikut. Bagi setiap gambarajah huraikan secara ringkas bagaimana kaedah berkenaan mencari atau memperbaiki anggaran punca.

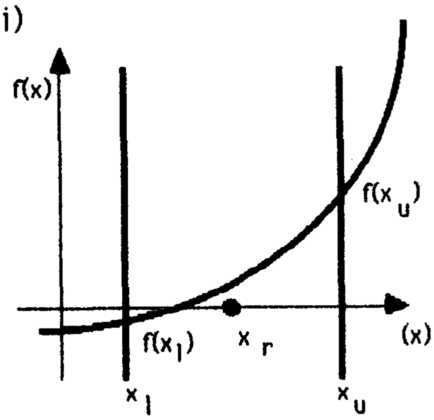
(i)



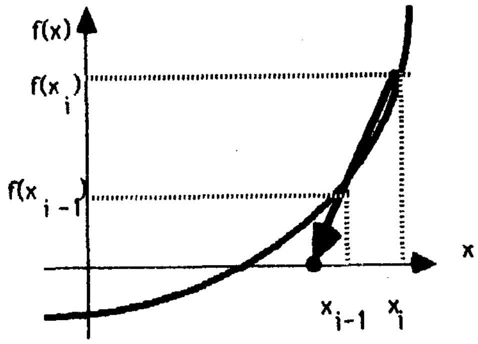

(ii)



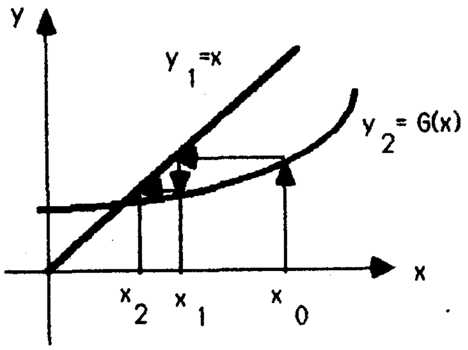

(iii)



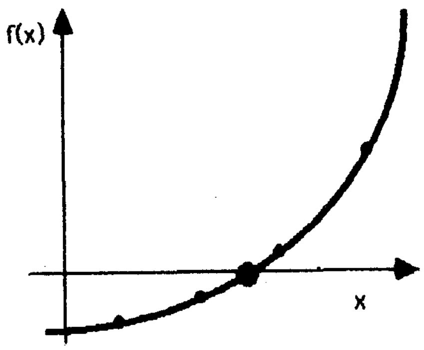

(iv)




(v)




(vi)




(45/100)

3. (a) Perihalkan secara ringkas kaedah Gauss-Seidel termasuk kriteria penumpuan, kriteria penamatan dan santaian.

(25/100)

(b) Penyelesaian dengan kaedah penghapusan anu untuk meyelesaikan sistem algebra linear dua persamaan berikut

$$a_{11} x_1 + a_{12} x_2 = c_1$$
$$a_{21} x_1 + a_{22} x_2 = c_2$$

diberikan sebagai

$$x_1 = ( c_1 a_{22} - c_2 a_{12})/( a_{22} a_{11} - a_{12} a_{21})$$
$$x_2 = ( c_2 a_{11} - c_1 a_{21})/( a_{22} a_{11} - a_{12} a_{21})$$

(i) Terbitkan rumus-rumus $x_1$ dan $x_2$ di atas.

(ii) Tuliskan satu subrutin bagi kaedah penghapusan anu. Pastikan anda mengambilkira semua kes yang mungkin di dalam algoritma berkenaan.

(30/100)

(c) Pertimbangkan persamaan berikut

$$0.5\ x_1 - \ x_2 = -9.5$$
$$0.28\ x_1 - 0.5 x_2 = -4.72$$

(i) Selesaikan secara bergraf. Apakah yang anda jangkakan tentang suasana sistem berkenaan daripada plot graf anda?

(ii) Selesaikan dengan menggunakan kaedah penghapusan anu (rumus kaedah ini diberikan di dalam bahagian (b) di atas ).

(iii) Selesaikan sekali lagi dengan menggunakan kaedah penghapusan anu tetapi ubahsuaikan sedikit $a_{11}$ menjadi 0.55. Tafsirkan jawapan anda.

(iv) Gunakan Kaedah Penghapusan Gaussan untuk menyelesaikan persamaan di atas dan bandingkan jawapan anda dengan jawapan di dalam bahagian (ii).

(45/100)

4. (a) (i) Bincangkan dengan bantuan gambarajah teknik-teknik yang boleh digunakan untuk mengkuantitikan suaian kuasa dua terkecil.

[ Rumus-rumus berikut diberikan sebagai panduan :

$$S_r = \sum_{i=1}^{n} (\hat{y}_i - y_i)^2 \quad , \quad S_{y/x} = \sqrt{(s_r/(n-2))}$$

$$S_t = \sum_{i=1}^{n} (\bar{y} - y_i)^2 \quad , \quad r^2 = (S_t - S_r)/S_t \quad ]$$

(30/100)

(b) Bincangkan simulasi Monte Carlo di dalam konteks umum permodelan dan simulasi. Sertakan satu contoh simulasi yang menggunakan komputer. Huraikan tujuan dan sifat-sifat contoh yang anda berikan (aturcara tidak diperlukan).

(30/100)

(c) (i) Diberikan data

| x | 0 | 0.5 | 1.0 | 1.5 | 2.0 | 2.5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| y | 1 | 2.119 | 2.910 | 3.945 | 5.720 | 8.695 |

Hitungkan f(1.6) dengan menggunakan polinomial penginterpolasian Newton tertib 1 hingga 3. Pilihlah jujukan titik yang sesuai supaya kejituan yang baik dicapai. Berikan alasan dan bagaimana anda memilih jujukan berkenaan.

( Sebagai panduan, rumus bagi polinomial tertib kedua :

$$f_2(x) = b_0 + b_1(x - x_0) + b_2(x-x_0)(x-x_1)$$

Di sini $b_0 = f(x_0)$, $b_1 = f[x_1, x_0]$, $b_2 = f[x_2, x_1, x_0]$ )

(ii) Berikan <u>kepala</u> subrutin dan jelaskan tujuan setiap parameter bagi kaedah polinomial penginterpolasian Newton (subrutin berkenaan tidak perlu ditulis) . Pastikan subrutin berkenaan benar-benar fleksibel dengan memilih parameter yang sesuai.

(40/100)



. . . 7/-

5. (a) Bincangkan hubungan yang ada termasuklah isu-isu kejituan di antara kaedah interpolasi dan petua-petua bagi kamiran berangka berikut. Huraikan dengan bantuan gambarajah.

(i) Petua Trapezium : $I \cong (b-a)\,[\,f(a) + f(b)]/2$

(ii) Petua Simpson 1/3 : $I \cong (b-a)\,[\,f(x_0) + 4\,f(x_1) + f(x_2)\,]/6$

(iii) Petua Simpson 3/8 : $I \cong (b-a)\,[\,f(x_0) + 3f(x_1) + 3f(x_2) + f(x_3)\,]/8$

(30/100)

(b) Tuliskan satu aturcara untuk kaedah Runge-Kutta Ralston tertib kedua.

[ Rumus Kaedah Runge-Kutta :
$y_{i+1} = y_i + ((1/3)k_1 + (2/3)k_2)h$
Di sini $k_1 = f(x_i, y_i)$ dan $k_2 = f(\,x_i + (3/4)h\,,\, y_i + (3/4)k_1 h)$ ]

(25/100)

(c) Hitung penghampiran beza ke depan, ke belakang dan memusat bagi $f(x) = x^3 + 2x - 10$ pada $x=0$ dengan $h = 0.5$ dan $0.25$. Hitung ralat relatif peratusan sebenar bagi setiap langkah. Apakah kesimpulan yang anda dapati daripada kesan saiz langkah terhadap kejituan setiap penghampiran?

[ Beza ke depan : $f'(\,x_i) = (\,f(x_{i+1}) - f(x_i)\,)\,/2 + O(h)$

Beza ke belakang : $f'(\,x_i) = (\,f(x_i) - f(x_{i-1})\,)\,/2 + O(h)$

Beza memusat : $f'(\,x_i) = (\,f(x_{i+1}) - f(x_{i-1})\,)\,/(2h) + O(h^2)$ ]

(45/100)



. . . ooOoo . . .